

GEOMETRICKÁ POSLOUPNOST - UŽITÍ II.

(ÚROKOVÁNÍ)

Př1

Cena nového stroje je 86.400,-Kč. Opotřebením se ročně znehodnotí o 20%. Jaká bude hodnota stroje po 15 letech?

$$a_0 = 86400, \text{ Kč} , \quad p = -20\% , \quad n = 15$$

$$a_{15} = a_0 \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right)^{15}$$

$$a_{15} = 86400 \cdot \left(1 + \frac{-20}{100}\right)^{15} = 86400 \cdot (1 - 0,2)^{15} = 86400 \cdot 0,8^{15}$$

$$a_{15} = 86400 \cdot 0,03518 \doteq \underline{\underline{3039,9}}$$

Cena stroje po 15 letech bude přibližně 3040,-Kč.

Př2

Na jakou částku vzroste vklad 7500,-Kč za 8 let při ročním úročení 12%?

$$a_0 = 7500, \text{ Kč} , \quad p = 12\% , \quad n = 8$$

$$a_8 = a_0 \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right)^8$$

$$a_8 = 7500 \cdot \left(1 + \frac{12}{100}\right)^8 = 7500 \cdot (1 + 0,12)^8 = 7500 \cdot 1,12^8$$

$$a_8 = 7500 \cdot 2,47596 \doteq \underline{\underline{18569,7}}$$

Vklad 7500,- vzroste za 8 let na částku cca 18570,-Kč

Př3

Na jakou částku by vzrostla 1,-Kč za 200 let při 10% p.a.?

$$a_0 = 1, \quad p = 10\% , \quad n = 200$$

$$a_{200} = a_0 \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right)^{200}$$

$$a_{200} = 1 \cdot \left(1 + \frac{10}{100}\right)^{200} = (1 + 0,1)^{200} = 1,1^{200}$$

$$a_{200} = \underline{\underline{189.905.276,50}}$$

Jedna koruna by za 200 let vzrostla
na 189905276,50 Kč.

Př4

Jakou částku musíme uložit při 8% p.a., aby nám vzrostla za 10 let na 150 000,- Kč?

$$a_0 = ? , p = 8\% , n = 10 , a_n = 150000$$

$$a_{10} = a_0 \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right)^{10}$$

$$150000 = a_0 \cdot \left(1 + \frac{8}{100}\right)^{10}$$

$$150000 = a_0 \cdot (1 + 0,08)^{10} \rightarrow 150000 = a_0 \cdot 1,08^{10}$$

$$a_0 = \frac{150000}{1,08^{10}} = \frac{150000}{2,15892} \doteq \underline{\underline{69479,-}}$$

Do banky musíme uložit 69479,- Kč.

Př5

Jak vysokou částku musíme uložit, aby nám za 9 let vzrostla na 100 000,- Kč při 9% p.a.?

$$a_0 = ? , n = 9 , a_n = 100000 , p = 9\%$$

$$a_9 = a_0 \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right)^9$$

$$100000 = a_0 \cdot \left(1 + \frac{9}{100}\right)^9 \rightarrow 100000 = a_0 \cdot 1,09^9$$

$$a_0 = \frac{100000}{1,09^9} = \frac{100000}{2,17189} \doteq \underline{\underline{46042,80}}$$

Do banky musíme uložit 46043,- Kč.

Př6

Ve městě žije 50 000 obyvatel. Kolik obyvatel bude ve městě žít za dalších 10 let, počítá-li se s průměrným ročním přírůstkem 1,8%?

$$a_0 = 50000 , n = 10 , p = 1,8\% , a_{10} = ?$$

$$a_{10} = a_0 \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right)^{10}$$

$$a_{10} = 50000 \cdot \left(1 + \frac{1,8}{100}\right)^{10} = 50000 \cdot (1 + 0,018)^{10}$$

$$a_{10} = 50000 \cdot 1,018^{10}$$

$$a_{10} \doteq 50000 \cdot 1,1953$$

$$\underline{\underline{a_{10} \doteq 59765}}$$

Ve městě bude žít
přibližně 59765 lidí.

Př7

Pan Urban uložil na začátku roku na vkladní knížku 7400,- Kč. Úroková míra je 4,15% p.a., daň z úroku činí 15%. Pan Urban z vkladní knížky žádné peníze (ani úroky) nevybírá. Kolik korun bude mít pan Urban na vkladní knížce na konci třetího roku?

$$A_0 = 7400,-, \quad p = 4,15\%, \quad \text{daň} = 15\%, \quad n = 3, \quad A_3 = ?$$

$$A_3 = A_0 \cdot \left(1 + \frac{p}{100} \cdot \frac{85}{100}\right)^3$$

$$A_3 = 7400 \cdot \left(1 + \frac{4,15}{100} \cdot \frac{85}{100}\right)^3 = 7400 \cdot (1 + 0,0415 \cdot 0,85)^3$$

$$A_3 = 7400 \cdot (1 + 0,035275)^3 = 7400 \cdot 1,035275^3$$

$$A_3 \doteq 7400 \cdot 1,1096 \doteq \underline{\underline{8211,- \text{ Kč}}}$$

Pan Urban bude mít na vkladní knížce 8211,- Kč.

Př8

Banka úročí vkladní knížky úrokovou mírou 4,25% p.a., daň z úroku je 15%. Paní Truhlářová uložila na začátku roku částku 60000,- Kč. Kolik korun bude mít paní Truhlářová na vkladní knížce po 4 letech?

$$A_0 = 60000,-, \quad p = 4,25\%, \quad \text{daň} = 15\%, \quad n = 4, \quad A_4 = ?$$

$$A_4 = A_0 \cdot \left(1 + \frac{p}{100} \cdot \frac{85}{100}\right)^4$$

$$A_4 = 60000 \cdot \left(1 + \frac{4,25}{100} \cdot \frac{85}{100}\right)^4 = 60000 \cdot (1 + 0,0425 \cdot 0,85)^4$$

$$A_4 = 60000 \cdot (1 + 0,036125)^4 = 60000 \cdot 1,036125^4$$

$$A_4 \doteq 60000 \cdot 1,15252$$

$$A_4 \doteq \underline{\underline{69151,20}}$$

Paní Truhlářová bude mít na vkladní knížce 69151,- Kč.

Př 9

Kolik korun nastrádáme pravidelnými ročními vklady 5000,- Kč placenými vždy počátkem roku za 6 let při 9% p.a.?

$$a_0 = 5000, p = 9\%, n = 6, a_6 = ?$$

$$\Delta_6 = a_0 \cdot r \cdot \frac{r^n - 1}{r - 1}$$

$$r = 1 + \frac{p}{100} = 1 + \frac{9}{100}$$

$$r = 1 + 0,09 = 1,09$$

$$\Delta_6 = 5000 \cdot 1,09 \cdot \frac{1,09^6 - 1}{1,09 - 1}$$

$$\Delta_6 = 5000 \cdot 1,09 \cdot \frac{1,6771 - 1}{1,09 - 1} = 5000 \cdot 1,09 \cdot \frac{0,6771}{0,09}$$

$$\Delta_6 = 5000 \cdot 1,09 \cdot 7,5233 \doteq \underline{\underline{41002,-}}$$

Za 6 let nastrádáme 41002,- Kč.

Př 10

Kolik musíme ukládat počátkem každého roku, abychom za 5 let nastrádali 1000000,- Kč při 9,5% p.a.

$$a_0 = ?, n = 5, p = 9,5\%, \Delta_5 = 1000000$$

$$\Delta_5 = a_0 \cdot r \cdot \frac{r^5 - 1}{r - 1}$$

$$r = 1 + \frac{p}{100}$$

$$1000000 = a_0 \cdot 1,095 \cdot \frac{1,095^5 - 1}{1,095 - 1}$$

$$r = 1 + \frac{9,5}{100} = 1 + 0,095$$

$$r = 1,095$$

$$1000000 = a_0 \cdot 1,095 \cdot \frac{1,574238 - 1}{1,095 - 1}$$

$$1000000 = a_0 \cdot 1,095 \cdot 6,0446$$

$$1000000 = a_0 \cdot 6,61886$$

$$a_0 = \frac{1000000}{6,61886} \doteq \underline{\underline{151083,50}}$$

Počátkem každého roku musíme ukládat přibližně 151083,50 Kč.