

GEOMETRICKÁ POSLOUPNOST - UŽITÍ (1)

Př 1

Kupec chtěl koupit koně. S prodávacem se dohodl takto: Kone dostane zadarmo, zaplatí pouze hřebíky u jeho podkovářů. Každá podkova je přibita šesti hřebíky, celkem jich je tedy 24. Za první hřebík zaplatí 1 groš, za druhý 2 groše, za každý další dvakrát tolik než za předchozí. Kolik grošů by měl kupec zaplatit?

$$a_1=1, q=2, n=24, S_{24}=?$$

$$S_{24} = a_1 \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1} = 1 \cdot \frac{2^{24} - 1}{2 - 1} = 2^{24} - 1 = 16\,777\,216 - 1 = \\ = \underline{\underline{16\,777\,215 \text{ grošů}}}$$

Kupec zaplatí 16 777 215 grošů.

Př 2

Světelný paprsek ztrácí při průchodu skleněnou deskou $\frac{1}{15}$ své intenzity. Jaká je intenzita paprsku po průchodu pěti stejnými deskami?

$$\text{poč.stav } a_0=1, q=1-\frac{1}{15}=\frac{15-1}{15}=\frac{14}{15}, a_5=?$$

$$\text{po průchodu 1. deskou: } a_1 = a_0 \cdot q = 1 \cdot \frac{14}{15} = \underline{\underline{\frac{14}{15}}} (=0,93)$$

$$\text{po průchodu 2. deskou: } a_2 = a_1 \cdot q = \frac{14}{15} \cdot \frac{14}{15} = \underline{\underline{\frac{196}{225}}} (=0,87)$$

$$\text{po průchodu 3. deskou: } a_3 = a_2 \cdot q = \frac{196}{225} \cdot \frac{14}{15} = \underline{\underline{\frac{2744}{3375}}} (=0,81)$$

$$\text{po průchodu 4. deskou: } a_4 = a_3 \cdot q = \frac{2744}{3375} \cdot \frac{14}{15} = \underline{\underline{\frac{38416}{50625}}} (=0,76)$$

$$\text{po průchodu 5. deskou: } a_5 = a_4 \cdot q = \frac{38416}{50625} \cdot \frac{14}{15} = \underline{\underline{\frac{537824}{759375}}} (=0,71)$$

Paprsek bude intenzitu 0,71.

Pr 3

Tri čísla, která tvoří aritmetickou posloupnost, mají součet 30. Odečteme-li od prvního 5, od druhého čísla 4 a třetí ponecháme, dostaneme geometrickou posloupnost. Určete tuto geometrickou posloupnost.

$$\text{AP: } a_1 + a_2 + a_3 = 30$$

$$\text{GP: } (a_1 - 5), (a_2 - 4), a_3$$

$$\text{AP: } a_1 = a_2 - d$$

$$a_2$$

$$a_3 = a_2 + d$$

$$a_2 - d + a_2 + a_2 + d = 30$$

$$3a_2 = 30$$

$$a_2 = 10$$

$$\text{GP: } a'_1 = a_1 - 5$$

$$a'_2 = a_2 - 4 = 10 - 4 = \underline{6}$$

$$a'_3 = a_3$$

$$a'_1 = \frac{a'_2}{q} ; a'_3 = a'_2 \cdot q$$

$$a_1 = a'_1 + 5 \quad a_3 = a'_3$$

$$a_2 = a'_2 + 4$$

$$(a'_1 + 5) + a_2 + a'_3 = 30$$

$$\frac{a'_2}{q} + 5 + 10 + a'_2 q = 30 \quad | \cdot q$$

$$a'_2 + 5q + 10q + a'_2 q^2 = 30q$$

$$6 + 5q + 10q + 6q^2 = 30q$$

$$6q^2 - 15q + 6 = 0$$

$$q_{1,2} = \frac{15 \pm \sqrt{225 - 144}}{12}$$

$$q_{1,2} = \frac{15 \pm \sqrt{81}}{12} = \frac{15 \pm 9}{12}$$

$$q_1 = \frac{15+9}{12}$$

$$q_2 = \frac{15-9}{12}$$

$$q_1 = \frac{24}{12}$$

$$q_2 = \frac{6}{12}$$

$$q_1 = \underline{2}$$

$$q_2 = \underline{\frac{1}{2}}$$

$$a'_1 = \frac{6}{2} = \underline{3}$$

$$a'_1 = \frac{6}{\frac{1}{2}} = 6 \cdot 2 = \underline{12}$$

$$a'_3 = 6 \cdot 2 = \underline{12}$$

$$a'_3 = 6 \cdot \frac{1}{2} = \underline{3}$$

Hledaná
Geometrická posloupnost

$$\text{je: } a_1 = 3 \quad a_1 = 12$$

$$a_2 = 6$$

2

$$a_2 = 6$$

$$a_3 = 12$$

$$a_3 = 3$$

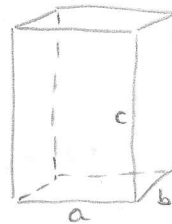
Př4

Kvádr, jehož délky hran tvoří geometrickou posloupnost, má objem 216 m^3 . Součet délek hran, které vycházejí z jednoho vrcholu, je 26 m . Vypočítejte povrch kvádra.

$$V = 216 \text{ m}^3$$

$$S = ?$$

$$a + b + c = 26 \text{ m}$$



$$a$$

$$b = a \cdot q$$

$$c = a \cdot q^2$$

$$abc = V$$

$$a \cdot a \cdot q \cdot a \cdot q^2 = V$$

$$a^3 q^3 = 216$$

$$(aq)^3 = 216$$

$$\underline{aq = 6} \rightarrow a = \frac{6}{q}$$

$$a + aq + aq^2 = 26$$

$$a(1 + q + q^2) = 26$$

$$\frac{6}{q}(1 + q + q^2) = 26 \quad | \cdot q$$

$$6(1 + q + q^2) = 26q$$

$$6 + 6q + 6q^2 = 26q$$

$$6q^2 - 20q + 6 = 0 \quad | :2$$

$$3q^2 - 10q + 3 = 0$$

$$q_{1/2} = \frac{10 \pm \sqrt{100 - 36}}{6}$$

$$q_{1/2} = \frac{10 \pm \sqrt{64}}{6} = \frac{10 \pm 8}{6}$$

$$q_1 = \frac{10+8}{6} = \frac{18}{6}$$

$$\underline{q_1 = 3}$$

$$a = \frac{6}{3} = \underline{2}$$

$$b = aq = 2 \cdot 3 = \underline{6}$$

$$c = aq^2 = 2 \cdot 3^2 = 2 \cdot 9 = \underline{18}$$

$$q_2 = \frac{10-8}{6} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

$$\underline{q_2 = \frac{1}{3}}$$

$$a = \frac{6}{\frac{1}{3}} = 6 \cdot 3 = \underline{18}$$

$$b = aq = 18 \cdot \frac{1}{3} = \underline{6}$$

$$c = aq^2 = 18 \left(\frac{1}{3}\right)^2 = 18 \cdot \frac{1}{9} = \underline{2}$$

$$S = 2(ab + bc + ac)$$

ten stejný
kvádr, jen otočený

$$S = 2(ab + bc + ac)$$

$$S = 2(2 \cdot 6 + 6 \cdot 18 + 2 \cdot 18) = 2 \cdot (12 + 108 + 36) = 2 \cdot 156 = \underline{\underline{312 \text{ m}^2}}$$

Povrch kvádra je 312 m^2 .