

ARITMETICKÁ POSLOUPNOST - UŽITÍ

Př1

Dělník vyrobí za směnu 26 součástek. Kdyby zvyšoval svůj výkon denně o jednu součástku, kolik součástek by vyrobil za 18 dní?

$$a_1 = 26, d = 1, n = 18, S_{18} = ?$$

$$S_{18} = \frac{18}{2} (a_1 + a_{18})$$

$$S_{18} = 9 \cdot (26 + 43)$$

$$S_{18} = 9 \cdot 69$$

$$S_{18} = \underline{\underline{621}}$$

$$a_{18} = a_1 + 17d$$

$$a_{18} = 26 + 17$$

$$a_{18} = \underline{\underline{43}}$$

za 18 dní by dělník vyrobil
621 součástek.

Př2

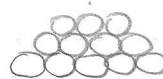
Prodejna potravin obdržela nejnovější druh nealkoholického nápoje v plechovkách. Za účelem jeho propagace bude z plechovek při volné stěně jednoho regálu sestaven „ramenový Δ “: do nejnižší vrstvy tohoto „trojúhelníku“ se postaví vedle sebe 25 plechovek, do každé vyšší o jednu plechovku méně, v nejvyšší vrstvě bude jedna plechovka. Kolik plechovek musí učen Pepa pro tuto stavbu ze skladu přivezt?

$$a_1 = 25$$

$$d = (-1)$$

$$a_n = 1$$

$$S_n = ?$$



$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

$$1 = 25 + (n-1) \cdot (-1)$$

$$1 = 25 - n + 1$$

$$\underline{\underline{n = 25}}$$

$$S_{25} = \frac{25}{2} \cdot (25 + 1)$$

$$S_{25} = \frac{25}{2} \cdot 26$$

$$S_{25} = 25 \cdot 13$$

$$S_{25} = \underline{\underline{325}}$$

$$\begin{array}{r} 25 \\ \cdot 13 \\ \hline 75 \\ 25 \\ \hline 325 \end{array}$$

Pepa musí ze skladu přivezt
325 plechovek.

Pr3

V Pardubicích se buduje hlediště letního kina přibližně pro 1200 diváků. Do první řady je plánováno 40 sedadel, do každé následující řady postupně o 4 sedadla více. Kolik řad sedadel bude hlediště mít?

$$S_n = 1200, a_1 = 40, d = 4, n = ?$$

$$S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)$$

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

$$a_n = 40 + (n-1) \cdot 4$$

$$a_n = 40 + 4n - 4$$

$$a_n = 36 + 4n$$

$$1200 = \frac{n}{2}(40 + a_n)$$

$$2400 = n(40 + 36 + 4n)$$

$$2400 = 76n + 4n^2$$

$$4n^2 + 76n - 2400 = 0$$

$$D = 76^2 - 4 \cdot 4 \cdot (-2400) =$$

$$= 5776 + 38400 =$$

$$= 44176$$

$$n_{1,2} = \frac{-76 \pm \sqrt{44176}}{8} = \frac{-76 \pm 210,18}{8}$$

$$\sqrt{44176} \approx 210,18$$

$$n_1 = \frac{-76 + 210,18}{8} = \frac{134,18}{8} \approx 16,8, \text{ tzn. přibližně 1200 sedadel bude v } \underline{\underline{17 \text{ řadách.}}}$$

$$n_2 = \frac{-76 - 210,18}{8} = \frac{-286,18}{8} \notin \mathbb{N}$$

(1224 sedadel)

Pr4

Část střechy domu má tvar lichoběžníku a je třeba ji pokrýt taškami. Víme, že do řady u hřebenu se vejde 85 tašek, do spodní řady při okapu 102 tašek. Přitom tašky budou srovnány do řad tak, že v každé následující řadě bude o jednu tašku více než v řadě předchozí. Kolik tašek je třeba koupit? Počítejte 50 tašek jako rezervu navíc.

$$a_1 = 85, a_n = 102, d = 1$$

$$S_n = ?$$

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

$$102 = 85 + (n-1) \cdot 1$$

$$102 - 85 = n - 1$$

$$\underline{\underline{n = 18}}$$

$$S_{18} = \frac{18}{2} \cdot (85 + 102) = 9 \cdot 187$$

$$S_{18} = 1683$$

$$\text{celkem: } 1683 + 50 = \underline{\underline{1733}}$$

Je potřeba koupit 1733 tašek.

Pr 5

Na výstavě návrhů plakátů udělili několik peněžitých cen, které tvořily aritmetickou posloupnost. První cena byla 1500,- Kč, poslední cena byla 900,- Kč. Kolik bylo cen a v jakých hodnotách, když součet všech cen byl 6000,- Kč?

$$a_1 = 1500 \quad a_n = 900 \quad \Delta_n = 6000 \quad n = ? \quad d = ?$$

$$6000 = \frac{n}{2} (1500 + 900)$$

$$6000 = \frac{n}{2} \cdot 2400$$

$$6000 = n \cdot 1200$$

$$\underline{n = 5}$$

$$(a_1 = 1500)$$

$$a_5 = a_1 + 4d$$

$$900 = 1500 + 4d$$

$$4d = -600$$

$$\underline{d = -150}$$

$$a_2 = a_1 + d$$

$$a_2 = 1500 - 150$$

$$\underline{a_2 = 1350}$$

$$a_3 = a_1 + 2d$$

$$a_3 = 1500 - 300$$

$$\underline{a_3 = 1200}$$

$$a_4 = a_1 + 3d$$

$$a_4 = 1500 - 450$$

$$\underline{a_4 = 1050}$$

Cen bylo uděleno 5 v hodnotách 1500, 1350, 1200, 1050, a 900,- Kč.

Pr 6

Vypočítejte součet všech dvojitelných přiroz. čísel.

$$a_1 = 10, \quad a_n = 99, \quad \Delta_n = ?, \quad d = 1, \quad n = ?$$

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

$$99 = 10 + (n-1) \cdot 1$$

$$99 = 10 + n - 1$$

$$99 = 9 + n$$

$$\underline{90 = n}$$

$$\Delta_{90} = \frac{90}{2} \cdot (10 + 99)$$

$$\Delta_{90} = \frac{90}{2} \cdot 109$$

$$\Delta_{90} = 45 \cdot 109$$

$$\underline{\Delta_{90} = 4905}$$

Součet všech dvojitelných přirozených čísel je 4905.

Př7

Vypočítejte součet všech sudých trojiciferných přirozených čísel.

$$a_1 = 100, a_n = 998, d = 2, \Delta_n = ? \quad (n = ?)$$

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

$$998 = 100 + (n-1) \cdot 2$$

$$998 = 100 + 2n - 2$$

$$898 + 2 = 2n$$

$$900 = 2n$$

$$n = 450$$

$$\Delta_{450} = \frac{450}{2} (100 + 998)$$

$$\Delta_{450} = 225 \cdot 1098$$

$$\Delta_{450} = \underline{\underline{247050}}$$

Součet všech sudých trojiciferných přirob. čísel je 247050.

Př8

Určete součet prvních 100 přirozených čísel, jejichž zbytek při dělení číslem 5 je 1.

$$a_1 = 1, n = 100, d = 5, \Delta_{100} = ?$$

$$\Delta_{100} = \frac{100}{2} \cdot (1 + a_{100})$$

$$\Delta_{100} = 50 \cdot (1 + 496)$$

$$\Delta_{100} = 50 \cdot 497$$

$$\Delta_{100} = \underline{\underline{24850}}$$

$$a_{100} = a_1 + 99d$$

$$a_{100} = 1 + 99 \cdot 5$$

$$a_{100} = 1 + 495$$

$$a_{100} = \underline{\underline{496}}$$

Součet čísel je 24850.

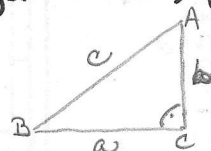
Př9

Hodnoty délek stran pravouhlého Δ tvoří aritmetickou posloupnost. Určete délky stran trojúhelníku, je-li přepona 12 cm.

$$c = 12 \text{ cm}$$

$$a = ?$$

$$b = ?$$



$$\left. \begin{array}{l} a > 0 \\ b > 0 \\ c > 0 \end{array} \right\} \in \mathbb{R}^+$$

$$a^2 + b^2 = c^2$$

$$a^2 + (a+d)^2 = 12^2$$

$$(12-2d)^2 + (12-2d+d)^2 = 12^2$$

$$144 - 48d + 4d^2 + 144 - 24d + d^2 = 144$$

$$5d^2 - 72d + 144 = 0$$

$$d_{1,2} = \frac{72 \pm \sqrt{5184 - 2880}}{10} = \frac{72 \pm \sqrt{2304}}{10} = \frac{72 \pm 48}{10}$$

$$d_1 = \frac{72+48}{10} = \frac{120}{10} = \underline{\underline{12}}$$

$$a_1 = 12 - 2 \cdot 12 = 12 - 24 = -12 \notin \mathbb{R}^+$$

$$b = a + d$$

$$c = a + 2d$$

$$12 = a + 2d$$

$$\underline{\underline{a = 12 - 2d}}$$

$$b = 72 + 24$$

$$\underline{\underline{b = 9,6}}$$

$$\boxed{\begin{array}{l} a = 7,2 \text{ cm} \\ b = 9,6 \text{ cm} \\ c = 12 \text{ cm} \end{array}}$$

$$d_2 = \frac{72-48}{10} = \frac{24}{10} = 2,4$$

$$a = 12 - 2 \cdot 2,4 = 12 - 4,8 = \underline{\underline{7,2}}$$

-AP-VZT(4)-