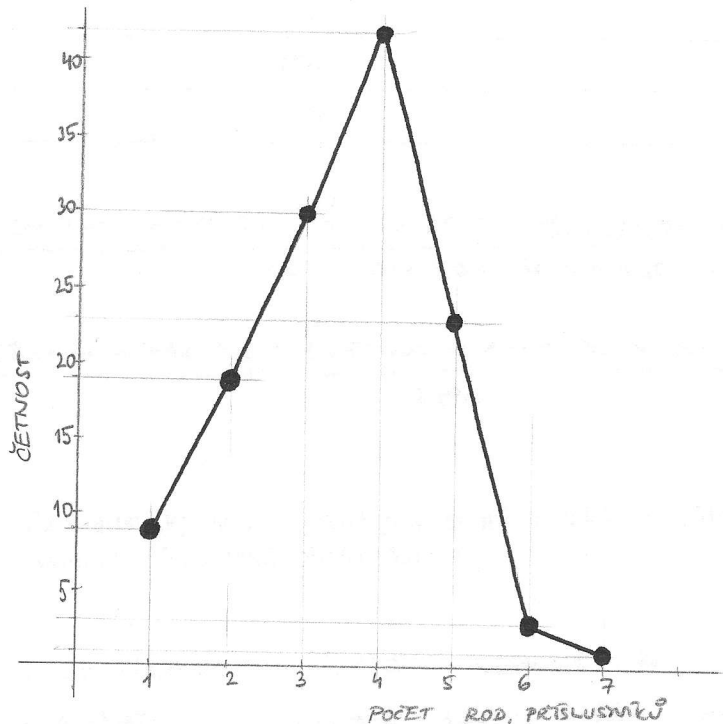


Př 1) U 127 zaměstnanců určité firmy byl zjištěn počet jejich rodinných příslušníků. Výsledky jsou shrnuty v tabulce:

počet rodinných příslušníků	1	2	3	4	5	6	7
počet zaměstnanců	9	19	30	42	23	3	1

Načrtněte polygon četností.



Př 2) Koefficient tření byl měřen na papíru napuštěném parafinem a každá hodnota byla měřena na novém vzorku, který následoval ve směru toku výroby papíru metodou klouzáni po vodorovné rovině. Byly naměřeny tyto hodnoty:

0,160	0,150	0,180	0,190	0,160	0,165	0,160
0,165	0,175	0,165	0,155	0,170	0,150	0,160
0,170	0,170	0,170	0,160	0,165	0,150	0,180
0,160	0,175	0,185	0,180	0,160	0,170	0,175
0,185	0,175	0,195	0,175	0,170	0,180	0,180
0,175	0,165	0,160	0,170	0,165	0,165	0,175
0,160	0,170	0,170	0,155	0,165	0,165	0,170
0,170						

Určete četnosti, relativní četnosti jednotlivých hodnot zkoumaného znaku a vypočítejte aritmetický průměr, medián a modus. Pro hodnoty tření vypočítejte rozpětí.

hodnoty	četnost	rel. četnost
0,150	3	3/50
0,155	2	2/50
0,160	9	9/50
0,165	9	9/50
0,170	11	11/50
0,175	7	7/50
0,180	5	5/50
0,185	2	2/50
0,190	1	1/50
0,195	1	1/50
celkem 50		(průměr 25/26)

$$\bar{x} = (3 \cdot 0,150 + 2 \cdot 0,155 + 9 \cdot 0,160 + 9 \cdot 0,165 + 11 \cdot 0,170 + 7 \cdot 0,175 + 5 \cdot 0,180 + 2 \cdot 0,185 + 1 \cdot 0,190 + 1 \cdot 0,195) : 50 =$$

$$= 8,435 : 50 = \underline{\underline{0,1687}}$$

$$\text{Med}(x) = \underline{\underline{0,170}}$$

$$\text{Mod}(x) = \underline{\underline{0,170}}$$

$$R = 0,195 - 0,150 = \underline{\underline{0,045}}$$

Př 3) Vypočítejte průměrné náklady na jeden výrobek za celou dobu výroby, máte-li k dispozici tyto údaje:

série	počet výrobků	průměrné náklady na jeden výrobek (Kč)
1	200	2900
2	250	2850
3	500	2700
4	430	2650
5	180	2850
6	730	2750

$$\bar{x} = \frac{200 \cdot 2900 + 250 \cdot 2850 + 500 \cdot 2700 + 430 \cdot 2650 + 180 \cdot 2850 + 730 \cdot 2750}{200 + 250 + 500 + 430 + 180 + 730} = \frac{580000 + 712500 + 1350000 + 1139500 + 513000 + 2007500}{2290} = \frac{6302500}{2290} \doteq \underline{\underline{2752,2}}$$

Př 4) Za statistický soubor uvažujme skupinu žáků ve třídě. Uveďte příklady kvantitativních a kvalitativních znaků tohoto souboru.

např.

kvantitativní - výška, hmotnost, věk, průměrný prospěch, absence za šk. rok, ...
kvalitativní - chlapec × děvče, místní × dojíždějící, pilný × líný, ...

Př 5) V posledních pěti dnech kalendářního roku byly naměřeny průměrné denní teploty: 3,8; 3,8; 3,9; 3,7; 3,1. Určete aritmetický průměr, medián, modus, rozpětí, rozptyl, směrodatnou odchylku a variační koeficient naměřených teplot.

porovnáme: 3,1 3,7 3,8 3,8 3,9

$$\bar{x} = \frac{3,1 + 3,7 + 3,8 + 3,8 + 3,9}{5} = \frac{18,3}{5} = \underline{\underline{3,66}}$$

$$\text{Med}(x) = \underline{\underline{3,8}}$$

$$\text{Mod}(x) = \underline{\underline{3,8}}$$

$$R = 3,9 - 3,1 = \underline{\underline{0,8}}$$

$$\Delta_x^2 = \frac{1}{5} \cdot (3,1^2 + 3,7^2 + 3,8^2 + 3,8^2 + 3,9^2) - 3,66^2 =$$

$$= \frac{1}{5} \cdot (9,61 + 13,69 + 14,44 + 14,44 + 15,21) - 13,3956 =$$

$$= \frac{1}{5} \cdot 67,39 - 13,3956 = 13,478 - 13,3956 = \underline{\underline{0,0824}}$$

$$\Delta_x = \sqrt{\Delta_x^2} \doteq 0,2871$$

$$V_x = \frac{\Delta_x}{\bar{x}} \doteq \frac{0,2871}{3,66} \doteq \underline{\underline{0,0784}}$$

Př 6) Dívky zameškaly v prvním pololetí následující počty hodin: 22, 0, 6, 90, 48, 1, 50, 48, 10, 30, 13, 11, 11, 47, 23. Chlapci ze stejné třídy zameškali tyto počty: 27, 7, 72, 21, 28, 18, 0, 16, 77, 4, 11, 2, 11, 0, 18. Porovnejte variabilitu obou souborů pomocí variačních koeficientů.

dívky: 0, 1, 6, 10, 11, 11, 13, 22, 23, 30, 47, 48, 48, 50, 90

$$\bar{x} = \frac{0+1+6+10+11+11+13+22+23+30+47+48+48+50+90}{15} = \frac{410}{15} = \underline{27,3}$$

$$\begin{aligned}\Delta_x^2 &= \frac{1}{15} \cdot (0^2+1^2+6^2+10^2+11^2+11^2+13^2+22^2+23^2+30^2+47^2+48^2+48^2+50^2+90^2) - 27,3^2 = \\ &= \frac{1}{15} \cdot (0+1+36+100+121+121+169+484+529+900+2209+2304+2304+2500+8100) - 747,1 = \\ &= \frac{1}{15} \cdot 19878 - 747,1 = 1325,2 - 747,1 = \underline{578,1}\end{aligned}$$

$$\Delta_x = \sqrt{\Delta_x^2} = \sqrt{578,1} = \underline{24,04}$$

$$V_x = \frac{\Delta_x}{\bar{x}} = \frac{24,04}{27,3} = \underline{0,88}$$

chlapci: 0, 0, 2, 4, 7, 11, 11, 16, 18, 18, 21, 27, 28, 72, 77

$$\bar{x} = \frac{0+0+2+4+7+11+11+16+18+18+21+27+28+72+77}{15} = \frac{312}{15} = \underline{20,8}$$

$$\begin{aligned}\Delta_x^2 &= \frac{1}{15} \cdot (0^2+0^2+2^2+4^2+7^2+11^2+11^2+16^2+18^2+18^2+21^2+27^2+28^2+72^2+77^2) - 20,8^2 = \\ &= \frac{1}{15} \cdot (0+0+4+16+49+121+121+256+324+324+441+729+784+5184+5929) - 432,64 = \\ &= \frac{1}{15} \cdot 14282 - 432,64 = 952,13 - 432,64 = \underline{519,49}\end{aligned}$$

$$\Delta_x = \sqrt{\Delta_x^2} = \sqrt{519,49} = \underline{22,79}$$

$$V_x = \frac{22,79}{20,8} = \underline{1,09}$$

DÍVKY - 0,88
CHLAPCI - 1,09

Př 7) Při skoku dalekém dosáhli dva atleti následujících výsledků (v cm):

1. atlet: 706, 721, 741, 716, 720, 728

2. atlet: 712, 726, 710, 733, 728, 724

Pomocí variačního rozpětí posuďte, který atlet má vyrovnanější formu.

1. atlet: 706, 716, 720, 721, 728, 741

2. atlet: 710, 712, 724, 726, 728, 733

$$R_1 = 741 - 706 = \underline{35}$$

$$R_2 = 733 - 710 = \underline{23}$$

$$R_2 < R_1$$

vyrovnanější formu
má 2. atlet

- Př 8) Hodnocení deseti žáků v tělesné výchově je vyjádřeno známkami 1, 1, 1, 2, 2, 3, 2, 1, 3, 2. Uspořádejte hodnoty známek do tabulky rozdělení četností a vypočítejte relativní četnosti jednotlivých známek. Určete charakteristiky polohy (aritm. průměr, medián, modus).

hodnota (známka)	četnost	rel. četnost
1	4	$\frac{4}{10} = 0,4$
2	4	$\frac{4}{10} = 0,4$
3	2	$\frac{2}{10} = 0,2$

celkem 10

$$\bar{x} = (1 \cdot 4 + 2 \cdot 4 + 3 \cdot 2) : 10 = \\ = (4 + 8 + 6) : 10 = 18 : 10 = \underline{\underline{1,8}}$$

$$\text{Med}(x) = 2$$

$$\text{Mod}(x) = 1 \text{ a } 2$$

- Př 9) Zootechnik má vykázat průměrnou hmotnost jednoho prasete v družstevní výkrmně. Stav je takový: 243 kusů má hmotnost 20 až 80 kg, 159 kusů má hmotnost 81 až 160 kg, 82 kusů má hmotnost 161 až 240 kg.

243 ks	20-80 kg, tzv. průměrná hmotnost je 50 kg	
159 ks	81-160 kg	120,5 kg
82 ks	161-240 kg	200,5 kg
celkem 484 ks		

$$\bar{x} = (243 \cdot 50 + 159 \cdot 120,5 + 82 \cdot 200,5) : 484 = \\ = (12150 + 19159,50 + 16441) : 484 = 47750,5 : 484 = \underline{\underline{98,66 \text{ kg}}}$$

- Př 10) Douchovi spotřebovali za prvních šest měsíců 21, 26, 23, 20, 23, 21 metrů krychlových zemního plynu, zatímco Kazdovi 18, 26, 22, 27, 23, 18 metrů krychlových plynu. O kolik se lišila průměrná spotřeba plynu mezi oběma domácnostmi? (Cvičně určete u obou rodin medián a modus spotřeby plynu).

porovnáme

Douchovi : 20, 21, 21, 23, 23, 26
Kazdovi : 18, 18, 22, 23, 26, 27

$$\bar{x}_D = (20 + 21 + 21 + 23 + 23 + 26) : 6 = 134 : 6 = 22,3$$

$$\bar{x}_K = (18 + 18 + 22 + 23 + 26 + 27) : 6 = 134 : 6 = 22,3$$

průměrná spotřeba obou rodin je stejná

$$\text{Med}(x_D) = 22$$

$$\text{Med}(x_K) = 22,5$$

$$\text{Mod}(x_D) = 21 \text{ a } 23$$

$$\text{Mod}(x_K) = 18$$

- Př 11) Vypočítejte medián, modus a aritmetický průměr ze souboru hodnot: 8, 3, 6, 2, 4, 3, 3, 1, 2, 2.

porovnáme : 1, 2, 2, 2, 3, 3, 3, 4, 6, 8

$$\bar{x} = (1 + 2 + 2 + 2 + 3 + 3 + 3 + 4 + 6 + 8) : 10 = 34 : 10 = \underline{\underline{3,4}}$$

$$\text{Med}(x) = 3$$

$$\text{Mod}(x) = 2 \text{ a } 3$$

Př 12) Vypočítejte modus dvou souborů hodnot, a to 4, 2, 6, 4 a 4, 10, 9, 4. Charakterizujte oba soubory také aritmetickými průměry.

soubor 1 : 2, 4, 4, 6

soubor 2 : 4, 4, 9, 10

$$\text{Mod}(x_1) = \underline{4}$$

$$\bar{x}_1 = (2+4+4+6):4 = 16:4 = \underline{4}$$

$$\text{Mod}(x_2) = 4$$

$$\bar{x}_2 = (4+4+9+10):4 = 27:4 = \underline{6,75}$$

Př 13) Výzkumný ústav zemědělský zkoumal dojivost krav při novém složení krmných dávek a získal údaje o roční dojivosti 20 krav v litrech: 3800, 3600, 3900, 3700, 3400, 3900, 4200, 3400, 3500, 3600, 4100, 3400, 3800, 4200, 3100, 3500, 4500, 3000, 2900, 3900. Vypočítejte průměrnou dojivost a směrodatnou odchylku.

2900, 3000, 3100, 3400, 3400, 3400, 3500, 3500, 3600, 3600, 3700, 3800, 3800, 3900, 3900, 3900, 4100, 4200, 4200, 4500

$$\bar{x} = (2900+3000+3100+3400+3400+3400+3500+3500+3600+3600+3700+3800+3800+3900+3900+3900+4100+4200+4200+4500):20 = 73400:20 = \underline{3670}$$

$$\begin{aligned} \Delta_x^2 &= \frac{1}{20} \cdot [(-770)^2 + (-670)^2 + (-570)^2 + (-270)^2 + (-270)^2 + (-270)^2 + (-170)^2 + (-170)^2 + (-70)^2 + (-70)^2 + \\ &\quad + 30^2 + 130^2 + 130^2 + 230^2 + 230^2 + 230^2 + 430^2 + 530^2 + 530^2 + 830^2] = \\ &= \frac{1}{20} \cdot (592900 + 448900 + 324900 + 72900 + 72900 + 72900 + 28900 + 28900 + 4900 + 4900 + \\ &\quad + 900 + 16900 + 16900 + 52900 + 52900 + 52900 + 184900 + 280900 + 280900 + 688900) = \\ &= \frac{1}{20} \cdot 3282000 = \underline{164100} \end{aligned}$$

$$\Delta_x = \sqrt{\Delta_x^2} = \sqrt{164100} \doteq \underline{405,1}$$

Př 14) Vypočítejte variační koeficient u soboru naměřených hodnot 34, 33, 38, 45, 41, 30, 35, 36, 43, 44, 39, 34, 39, 41, 38, 36.

30, 33, 34, 34, 35, 36, 36, 38, 38, 39, 39, 41, 41, 43, 44, 45

$$\begin{aligned} \bar{x} &= (30+33+34+34+35+36+36+38+38+39+39+41+41+43+44+45):16 = \\ &= 606:16 = \underline{37,875} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Delta_x^2 &= \frac{1}{16} \cdot (30^2 + 33^2 + 34^2 + 34^2 + 35^2 + 36^2 + 36^2 + 38^2 + 38^2 + 39^2 + 39^2 + 41^2 + 41^2 + 43^2 + 44^2 + 45^2) - 37,875^2 = \\ &= \frac{1}{16} \cdot (900 + 1089 + 1156 + 1156 + 1225 + 1296 + 1296 + 1444 + 1444 + 1521 + 1521 + 1681 + 1681 + \\ &\quad + 1849 + 1936 + 2025) - 1434,515625 = \\ &= \frac{1}{16} \cdot 23220 - 1434,515625 = 1451,25 - 1434,515625 = \underline{16,73} \end{aligned}$$

$$\Delta_x = \sqrt{\Delta_x^2} = \sqrt{16,73} \doteq \underline{4,09}$$

$$N_x = \frac{\Delta_x}{\bar{x}} = \frac{4,09}{37,875} \doteq \underline{0,11}$$

(0,108)

Př 15) Rozdělení známek z českého jazyka v jednotlivých třídách druhého ročníku gymnázia je uvedeno v tabulce. Zjistěte třídu s největší a s nejmenší hodnotou variačního koeficientu.

třída \ známka	1	2	3	4	5
II. A	2	11	20	2	1
II. B	1	8	22	4	0
II. C	1	12	13	3	1
II. D	0	7	16	10	2

II. A $\bar{x} = (2 \cdot 1 + 11 \cdot 2 + 20 \cdot 3 + 2 \cdot 4 + 1 \cdot 5) : (2 + 11 + 20 + 2 + 1) =$
 $= (2 + 22 + 60 + 8 + 5) : 36 = 97 : 36 = \underline{\underline{2,694}}$

$$\Delta_x^2 = \frac{1}{36} \cdot (2 \cdot 1^2 + 11 \cdot 2^2 + 20 \cdot 3^2 + 2 \cdot 4^2 + 1 \cdot 5^2) - 2,694^2 =$$

$$= \frac{1}{36} \cdot (2 \cdot 1 + 11 \cdot 4 + 20 \cdot 9 + 2 \cdot 16 + 1 \cdot 25) - 2,694^2 =$$

$$= \frac{1}{36} \cdot (2 + 44 + 180 + 32 + 25) - 2,694^2 = \frac{1}{36} \cdot 283 - 7,257636 =$$

$$= 7,861 - 7,257636 = \underline{\underline{0,6035}}$$

$$\Delta_x = \sqrt{\Delta_x^2} = \underline{\underline{0,7768}} \quad \nu_x = \frac{\Delta_x}{\bar{x}} = \frac{0,7768}{2,694} = \underline{\underline{0,288}}$$

II. B $\bar{x} = (1 \cdot 1 + 8 \cdot 2 + 22 \cdot 3 + 4 \cdot 4 + 0 \cdot 5) : (1 + 8 + 22 + 4 + 0) =$
 $= (1 + 16 + 66 + 16 + 0) : 35 = 99 : 35 = \underline{\underline{2,829}}$

$$\Delta_x^2 = \frac{1}{35} \cdot (1 \cdot 1^2 + 8 \cdot 2^2 + 22 \cdot 3^2 + 4 \cdot 4^2 + 0 \cdot 5^2) - 2,829^2 =$$

$$= \frac{1}{35} \cdot (1 \cdot 1 + 8 \cdot 4 + 22 \cdot 9 + 4 \cdot 16 + 0 \cdot 25) - 2,829^2 =$$

$$= \frac{1}{35} \cdot (1 + 32 + 198 + 64 + 0) - 2,829^2 = \left(\frac{1}{35} \cdot 295 \right) - 8,0032 = 8,4286 - 8,0032 = \underline{\underline{0,4254}}$$

$$\Delta_x = \sqrt{\Delta_x^2} = \underline{\underline{0,6522}} \quad \nu_x = \frac{\Delta_x}{\bar{x}} = \frac{0,6522}{2,829} = \underline{\underline{0,23}} \quad \boxed{\text{nejmenší}} \text{ II. B}$$

II. C $\bar{x} = (1 \cdot 1 + 12 \cdot 2 + 13 \cdot 3 + 3 \cdot 4 + 1 \cdot 5) : (1 + 12 + 13 + 3 + 1) =$
 $= (1 + 24 + 39 + 12 + 5) : 30 = 81 : 30 = \underline{\underline{2,7}}$

$$\Delta_x^2 = \frac{1}{30} \cdot (1 \cdot 1^2 + 12 \cdot 2^2 + 13 \cdot 3^2 + 3 \cdot 4^2 + 1 \cdot 5^2) - 2,7^2 =$$

$$= \frac{1}{30} \cdot (1 \cdot 1 + 12 \cdot 4 + 13 \cdot 9 + 3 \cdot 16 + 1 \cdot 25) - 2,7^2 =$$

$$= \frac{1}{30} \cdot (1 + 48 + 117 + 48 + 25) - 2,7^2 = \frac{1}{30} \cdot 239 - 2,7^2 = 7,96 - 7,29 = \underline{\underline{0,676}}$$

$$\Delta_x = \sqrt{\Delta_x^2} = \underline{\underline{0,823}} \quad \nu_x = \frac{\Delta_x}{\bar{x}} = \frac{0,823}{2,7} = \underline{\underline{0,30}} \quad \boxed{\text{největší}} \text{ II. C}$$

II. D $\bar{x} = (0 \cdot 1 + 7 \cdot 2 + 16 \cdot 3 + 10 \cdot 4 + 2 \cdot 5) : (0 + 7 + 16 + 10 + 2) = (0 + 14 + 48 + 40 + 10) : 35 =$
 $= 112 : 35 = \underline{\underline{3,2}}$

$$\Delta_x^2 = \frac{1}{35} \cdot (0 \cdot 1^2 + 7 \cdot 2^2 + 16 \cdot 3^2 + 10 \cdot 4^2 + 2 \cdot 5^2) - 3,2^2 = \frac{1}{35} \cdot (0 + 7 \cdot 4 + 16 \cdot 9 + 10 \cdot 16 + 2 \cdot 25) - 3,2^2 =$$

$$= \frac{1}{35} \cdot (0 + 28 + 144 + 160 + 50) - 3,2^2 = \frac{1}{35} \cdot 382 - 3,2^2 = 10,914 - 10,24 = \underline{\underline{0,674}}$$

$$\Delta_x = \sqrt{\Delta_x^2} = \underline{\underline{0,821}} \quad \nu_x = \frac{\Delta_x}{\bar{x}} = \frac{0,821}{3,2} = \underline{\underline{0,26}}$$

Př 16) Při měření průměru odlitku byly zjištěny hodnoty v cm: 820, 880, 920, 760, 700, 880, 830, 840, 850, 650, 750, 780, 730, 790, 670. Určete směrodatnou odchylku a variační koeficient těchto hodnot. Určete také medián a modus hodnot.

650, 670, 700, 730, 750, 760, 780, 790, 820, 830, 840, 850, 880, 880, 920

$$\bar{x} = (650 + 670 + 700 + 730 + 750 + 760 + 780 + 790 + 820 + 830 + 840 + 850 + 880 + 880 + 920) : 15 =$$

$$= 11850 : 15 = \underline{\underline{790}}$$

$$\Delta_x^2 = \frac{1}{15} \cdot ((-140)^2 + (-120)^2 + (-90)^2 + (-60)^2 + (-40)^2 + (-30)^2 + (-10)^2 + 0^2 + 30^2 + 40^2 + 50^2 + 60^2 +$$

$$+ 90^2 + 90^2 + 130^2) =$$

$$= \frac{1}{15} \cdot (19600 + 14400 + 8100 + 3600 + 1600 + 900 + 100 + 0 + 900 + 1600 + 2500 + 3600 +$$

$$+ 8100 + 8100 + 16900) = \frac{1}{15} \cdot 90000 = \underline{\underline{6000}}$$

$$\Delta_x = \sqrt{\Delta_x^2} = \sqrt{6000} \doteq \underline{\underline{77,46}}$$

$$v_x = \frac{\Delta_x}{\bar{x}} = \frac{77,46}{790} \doteq \underline{\underline{0,098}}$$

$$\text{Med}(x) = \underline{\underline{790}}$$

$$\text{mod}(x) = \underline{\underline{880}}$$