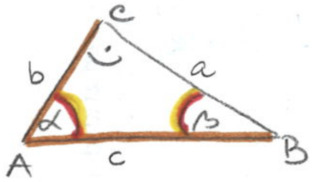
TRIGONOMETRIE – ŘEŠENÍ PRAVOÚHLÉHO △

Př 1) V pravoúhlém △ABC je délka přepony c = 5cm, délka odvěsny b = 3cm. Vypočítejte velikost ostrých úhlů v daném △.

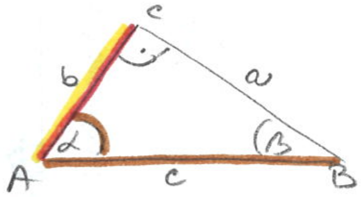


$\sin\beta = \frac{b}{c}$

$\sin\beta = \frac{3}{5} = 0{,}6 \qquad \beta = \underline{\underline{36°52'}}$

$\alpha = 90° - \beta = 90° - 36°52' = \underline{\underline{53°8'}}$

Př 2) V pravoúhlém △ABC je délka přepony c = 18,2cm, velikost úhlu α = 38°. Vypočítejte délku b přilehlé odvěsny.

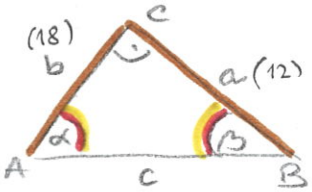


$\cos\alpha = \frac{b}{c}$

$\cos 38° = \frac{b}{18{,}2}$

$b = 18{,}2 \cdot \cos 38° = 18{,}2 \cdot 0{,}7880 \doteq \underline{\underline{14{,}34\text{ cm}}}$

Př 3) Odvěsny pravoúhlého △ABC s pravým úhlem při vrcholu C mají délky 12cm a 18cm. Vypočítejte velikosti obou ostrých úhlů.

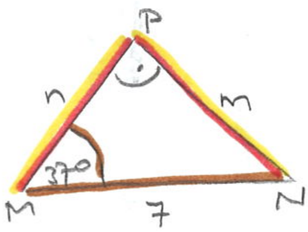


$\operatorname{tg}\alpha = \frac{a}{b} \qquad \beta = 90° - \alpha$

$\operatorname{tg}\alpha = \frac{12}{18} = 0{,}\overline{6} \qquad \beta = 90° - 33°41'$

$\alpha = \underline{\underline{33°41'}} \qquad \beta = \underline{\underline{56°19'}}$

Př 4) V pravoúhlém △MNP s pravým úhlem při vrcholu P známe |MN| = 7cm, |∢PMN| = 37°. Vypočítejte délky obou odvěsen.



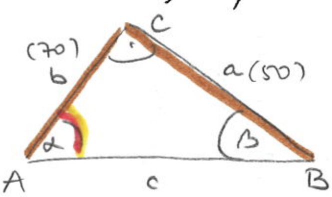
$\sin 37° = \frac{m}{7} \qquad \cos 37° = \frac{n}{7}$

$m = 7 \cdot \sin 37° \qquad n = 7 \cdot \cos 37°$

$m = 7 \cdot 0{,}6018 \qquad n = 7 \cdot 0{,}7986$

$m = \underline{\underline{4{,}21\text{ cm}}} \qquad n = \underline{\underline{5{,}59\text{cm}}}$

Př 5) V pravoúhlém △ s délkami odvěsen 50 cm a 70 cm určete velikost úhlu, který leží proti odvěsně délky 50 cm.

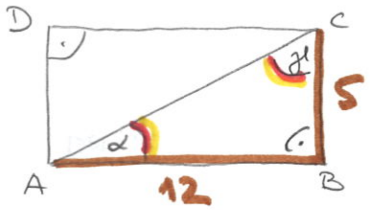


$\operatorname{tg}\alpha = \frac{a}{b}$

$\operatorname{tg}\alpha = \frac{50}{70} = \frac{5}{7} = 0{,}7142$

$\alpha = \underline{\underline{35°32'}}$

Př 6) Obdelník má rozměry 5 cm a 12 cm. Vypočítejte velikost úhlů, které svírá úhlopříčka se stranami obdelníku.



$tg\,\alpha = \frac{5}{12} = 0{,}4166$

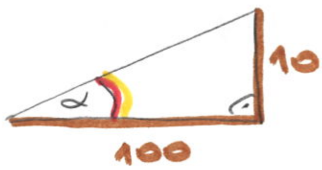
$\alpha = \underline{22°37'}$

$\gamma = 90° - \alpha$

$\gamma = 90° - 22°37'$

$\gamma = \underline{67°23'}$

Př 7) Pod jakým úhlem stoupá silnice, je-li stoupání 10% ?

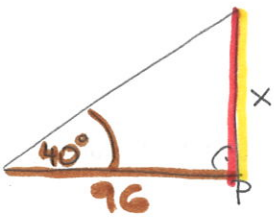


stoupání 10% znamená, že na 100 m stoupne o 10 m

$tg\,\alpha = \frac{10}{100} = 0{,}1$ $\qquad \alpha \doteq \underline{5°43'}$

Silnice stoupá pod úhlem 5°43'.

Př 8) Jak vysoký je komín tepelné elektrárny, jestliže jeho vrchol vidíme ze vzdálenosti d = 96 m od paty komína pod úhlem φ = 40° ?



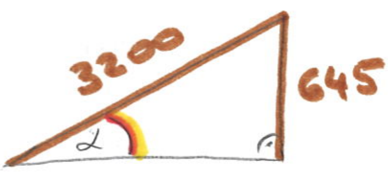
$tg\,40° = \frac{x}{96}$

$x = 96 \cdot 0{,}8390$

$x \doteq \underline{80{,}55\,m}$

Komín je vysoký přibližně 80,55 m.

Př 9) Lanová dráha z Janských Lázní na Černou Horu je 3,2 km dlouhá a překonává výšku 645 m. Jaký je průměrný úhel stoupání ?

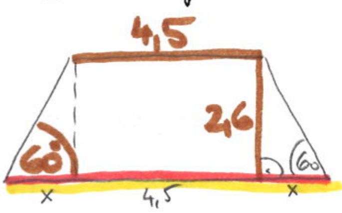


$\sin\alpha = \frac{645}{3200} = 0{,}2015$

$\alpha \doteq \underline{11°37'}$

Průměrný úhel stoupání lanové dráhy je 11°37'.

Př 10) Příčný řez železničního náspu má tvar rovnoramenného lichoběžníku. Horní základna tohoto lichoběžníku je 4,5 m, výška 2,6 m a úhel při základně má velikost 60°. Jaká je dolní šířka náspu ?



$tg\,60° = \frac{2{,}6}{x}$

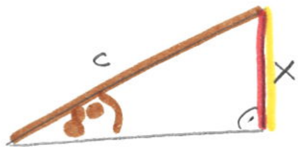
$x = \frac{2{,}6}{tg\,60°} = \frac{2{,}6}{1{,}7320}$

$x \doteq \underline{1{,}5\,m}$

$a = x + 4{,}5 + x = 1{,}5 + 4{,}5 + 1{,}5 = \underline{7{,}5\,m}$

Dolní šířka náspu je 7,5 m.

Př 11) Jak vysoko vystoupá letadlo letící rychlostí 500 km/h za 5 minut, stoupá-li pod úhlem 8°?



$500\,km \;\ldots\; 1h\ (60\,min)$

$c \;\ldots\; 5\,min$

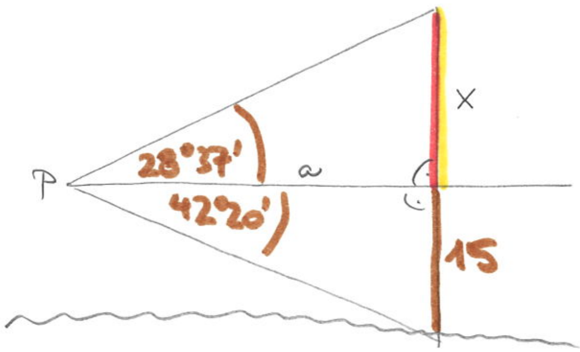
$$c = \frac{5 \cdot \cancel{500}^{25}}{\cancel{60}_{3}} = \frac{125}{3} \doteq 41,\overline{6}\,km$$

$$\sin 8° = \frac{x}{41,6}$$

$$x = 41,6 \cdot \sin 8° = 41,6 \cdot 0,1391 \doteq 5,79\,km$$

Letadlo vystoupá do výšky 5,79 km.

Př 12) Určete výšku hory, vidíme-li její vrchol ze stanoviště 15 m nad hladinou vody ve výškovém úhlu $\alpha = 28°37'$ a obraz vrcholu ve vodě pod hloubkovým úhlem $\beta = 42°20'$.



$$tg\, 42°20' = \frac{15}{a}$$

$$a = \frac{15}{tg\, 42°20'} = \frac{15}{0,9109}$$

$$a \doteq 16,47\,m$$

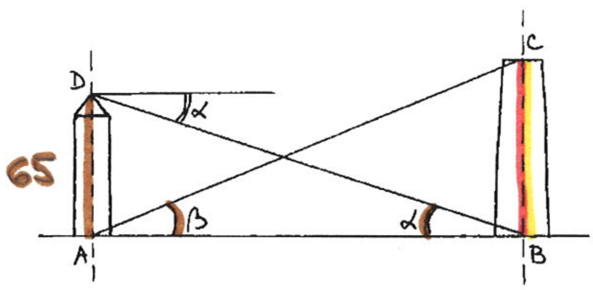
$$tg\, 28°37' = \frac{x}{a}$$

$$x = a \cdot tg\, 28°37' = 16,47 \cdot 0,5455$$

$$x \doteq 8,98\,m$$

Hora je vysoká 8,98 m.

Př 13) Na vodorovné rovině stojí 65 m vysoká věž a továrenský komín. Z vrcholu věže vidíme patu komína v hloubkovém úhlu $\alpha = 10°19'$ a od paty věže vidíme vrchol komína ve výškovém úhlu $\beta = 17°43'$ (viz obr.). Jak vysoký je komín?



$|AB| = ?$

$\triangle BDA$: $$tg\, 10°19' = \frac{65}{|AB|}$$

$$|AB| = \frac{65}{tg\, 10°19'} = \frac{65}{0,1820} \doteq 357,14\,m$$

$\triangle CAB$: $$tg\, 17°43' = \frac{v}{|AB|}$$

$$v = |AB| \cdot tg\, 17°43' = 357,14 \cdot 0,3194$$

$$v \doteq 114,1\,m$$

Komín je vysoký přibližně 114,1 m.