

KRÁCENÍ A ROZŠÍŘOVÁNÍ ZLOMKŮ

1) Zkraťte následující zlomky a udejte podmínky, kdy mají zlomky smysl:

a) $\frac{8ax}{12ay} = \frac{2x}{3y}$ podm.: $a \neq 0, y \neq 0$

b) $\frac{12x^2yz}{18x^2y^3z} = \frac{2}{3y^2}$ podm.: $x \neq 0, y \neq 0, z \neq 0$

c) $\frac{ax+bx}{ax-bx} = \frac{x(a+b)}{x(a-b)} = \frac{a+b}{a-b}$ podm.: $a \neq b, x \neq 0$

d) $\frac{180xy^2z^3}{15x^3y^2z^2} = \frac{12z}{x^2}$ podm.: $x \neq 0, y \neq 0, z \neq 0$

2) Dané zlomky zkraťte a udejte podmínky, kdy mají zlomky smysl:

a) $\frac{x-xy+z-zy}{1-3y+3y^2-y^3} = \frac{x(1-y)+z(1-y)}{(1-y)^3} = \frac{(1-y)(x+z)}{(1-y)^3} = \frac{x+z}{(1-y)^2}$ podm. $y \neq 1$

b) $\frac{ax+ay-bx-by}{ax-ay-bx+by} = \frac{a(x+y)-b(x+y)}{a(x-y)-b(x-y)} = \frac{(x+y)(a-b)}{(x-y)(a-b)} = \frac{x+y}{x-y}$ podm. $a \neq b, x \neq y$

c) $\frac{ab+ac+b^2+bc}{ax+ay+bx+by} = \frac{a(b+c)+b(b+c)}{a(x+y)+b(x+y)} = \frac{(b+c)(a+b)}{(x+y)(a+b)} = \frac{b+c}{x+y}$ podm. $a \neq -b, x \neq -y$

d) $\frac{x^3-x^2-x+1}{x^4-2x^2+1} = \frac{x^2(x-1)-1(x-1)}{(x^2-1)^2} = \frac{(x-1)(x^2-1)}{[(x-1)(x+1)]^2} = \frac{(x-1)(x-1)(x+1)}{(x-1)^2(x+1)^2} = \frac{1}{x+1}$ podm. $x \neq \pm 1$

e) $\frac{a^2+ab-a-b}{a^2+ab-2a-2b} = \frac{a(a+b)-1(a+b)}{a(a+b)-2(a+b)} = \frac{(a+b)(a-1)}{(a+b)(a-2)} = \frac{a-1}{a-2}$ podm. $a \neq 2, a \neq -b$

3) Upravte zlomek:

$$\frac{3a^3+ab^2-6a^2b-2b^3}{9a^5-ab^4-18a^4b+2b^5} = \frac{a(3a^2+b^2)-2b(3a^2+b^2)}{a(9a^4-b^4)-2b(9a^4-b^4)} = \frac{(3a^2+b^2)(a-2b)}{(9a^4-b^4)(a-2b)} = \frac{3a^2+b^2}{(3a^2-b^2)(3a^2+b^2)} = \frac{1}{3a^2-b^2}$$

$$\text{podm.: } b \neq \pm a\sqrt{3}$$

4) Zkraťte následující zlomky a udejte podmínky, kdy mají zlomky smysl:

a) $\frac{mx-my}{nx-ny} = \frac{m(x-y)}{n(x-y)} = \frac{m}{n}$ podm.: $n \neq 0, x \neq y$

b) $\frac{x-3}{5x-15} = \frac{x-3}{5(x-3)} = \frac{1}{5}$ podm.: $x \neq 3$

c) $\frac{x-1}{x^2-1} = \frac{x-1}{(x-1)(x+1)} = \frac{1}{x+1}$ podm.: $x \neq \pm 1$

$$d) \frac{x^2-2xy+y^2}{x^2-y^2} = \frac{(x-y)^2}{(x-y)(x+y)} = \frac{x-y}{x+y} \quad \text{podm.: } x \neq \pm 1$$

$$e) \frac{a^2+3ab}{a^2b+3ab^2} = \frac{a(a+3b)}{ab(a+3b)} = \frac{1}{b} \quad \text{podm.: } a \neq 0, b \neq 0, a \neq -3b$$

$$f) \frac{a^3-b^3}{a^2-b^2} = \frac{(a-b)(a^2+ab+b^2)}{(a-b)(a+b)} = \frac{a^2+ab+b^2}{a+b} \quad \text{podm.: } a \neq \pm b$$

$$g) \frac{a^2+2ab+b^2}{2a+2b} = \frac{(a+b)^2}{2(a+b)} = \frac{a+b}{2} \quad \text{podm.: } a \neq -b$$

$$h) \frac{(a+b)^2-c^2}{a+b+c} = \frac{(a+b-c)(a+b+c)}{a+b+c} = a+b-c \quad \text{podm.: } a \neq -b-c$$

5) a) Rozšiřte výraz $\frac{8a}{a-b}$ výrazem $a+b$.

$$\frac{8a}{a-b} \cdot \frac{a+b}{a+b} = \frac{8a(a+b)}{(a-b)(a+b)} \quad \text{podm.: } a \neq \pm b$$

b) Rozšiřte výraz $\frac{x}{b}$ výrazem $a+x$.

$$\frac{x}{b} \cdot \frac{a+x}{a+x} = \frac{x(a+x)}{b(a+x)} \quad \text{podm.: } b \neq 0, a \neq -x$$

c) Rozšiřte výraz $\frac{-2a-3b}{a-b}$ číslem (-1) .

$$\frac{-2a-3b}{a-b} \cdot \frac{-1}{-1} = \frac{2a+3b}{b-a} \quad \text{podm.: } a \neq b$$

d) Rozšiřte výraz $\frac{7a}{5y}$ výrazem $2a-x$.

$$\frac{7a}{5y} \cdot \frac{2a-x}{2a-x} = \frac{7a(2a-x)}{5y(2a-x)} \quad \text{podm.: } a \neq \frac{x}{2}, y \neq 0$$