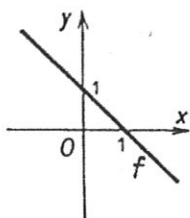
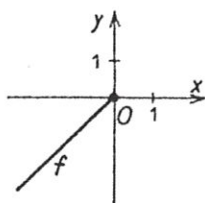


Něco málo k přípravě na 4. písemnou práci (PMP2)

- 1) Podle grafu funkce určete
 definiční obor,
 obor hodnot;
 rozhodněte, pro která x je
 rostoucí / klesající /
 konstantní;
 pro která x nabývá
 maximum / minimum;
 rozhodněte, zda je funkce
 omezená shora / zdola,
 omezená
 zda se jedná
 o funkci sudou / lichou;
 určete průsečíky
 s osami x a y

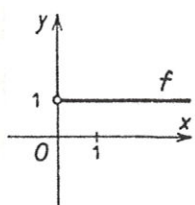


$D(f) = \mathbb{R}$
 $H(f) = \mathbb{R}$
 klesající pro $x \in \mathbb{R}$
 max, min - neexistují
 omezená - není
 (ani shora, ani zdola)
 není S, ani L
 $P_x[1; 0]$ $P_y[0; 1]$



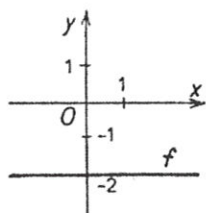
$P_x[0; 0]$
 $P_y[0; 0]$

$D(f) = (-\infty, 0]$
 $H(f) = (-\infty, 0]$
 rostoucí pro $x \in (-\infty, 0]$
 max: $x = 0$
 min - neexistuje
 omezená shora
 není S, ani L



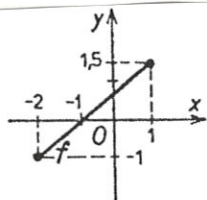
$D(f) = (0; \infty)$
 $H(f) = \{1\}$
 konstantní pro $x \in (0; \infty)$
 max = min: $x \in (0; \infty)$

omezená funkce
 není S, ani L
 P_x neexistuje
 P_y neexistuje



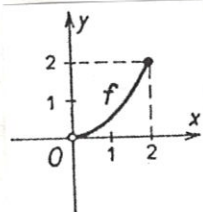
$D(f) = \mathbb{R}$
 $H(f) = \{-2\}$
 konstantní pro $x \in \mathbb{R}$
 max = min: $x \in \mathbb{R}$

omezená funkce
 sudá funkce
 P_x neexistuje $P_y[0; -2]$



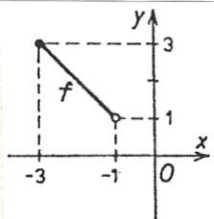
$D(f) = [-2; 1]$
 $H(f) = [-1; 1.5]$
 rostoucí pro $x \in [-2; 1]$
 max: $x = 1$, min: $x = -2$

omezená funkce
 není S, ani L
 $P_x[-1; 0]$ $P_y[0; 0.7]$ → přibližně



$D(f) = (0; 2]$
 $H(f) = (0; 2]$
 rostoucí pro $x \in (0; 2]$
 max: $x = 2$, min - neexistuje

omezená funkce
 není S, ani L
 P_x neexistuje, P_y neexistuje



$$D(f) = \langle -3, -1 \rangle$$

$$H(f) = (1, 3]$$

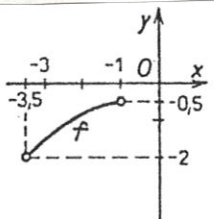
klesající pro $x \in \langle -3, -1 \rangle$

max: $x = -3$, min - neexistuje

omezená funkce

není S, ani L

P_x, P_y - neexistují



$$D(f) = (-3.5; -1)$$

$$H(f) = (-2, -0.5)$$

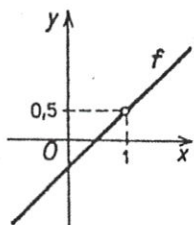
rostoucí pro $x \in (-3.5; -1)$

max, min - neexistují

omezená funkce

není S, ani L

P_x, P_y - neexistují



$$D(f) = \mathbb{R} - \{1\}$$

$$H(f) = \mathbb{R} - \{0.5\}$$

rostoucí pro $x \in \mathbb{R} - \{1\}$

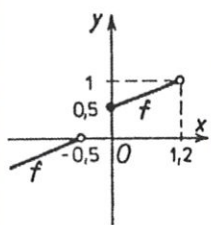
max, min - neexistují

omezená není

(ani shora, ani zdola)

není S, ani L

$P_x [0.5, 0]$ $P_y [0, -0.5]$



$$D(f) = (-\infty, -0.5) \cup \langle 0, 1.2 \rangle$$

$$H(f) = (-\infty, 0) \cup \langle 0.5, 1 \rangle$$

rostoucí pro $x \in (-\infty, -0.5) \cup \langle 0, 1.2 \rangle$

(pozn. zde lze napsat se sjedn.)

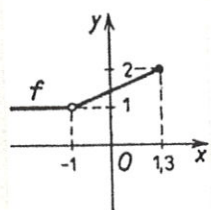
max, min - neexistují

omezená shora

není S, ani L

P_x neexistuje

$P_y [0, 0.5]$



$$D(f) = (-\infty, 1.3] - \{-1\}$$

$$H(f) = \langle 1, 2 \rangle$$

konstantní pro $x \in (-\infty, -1)$

rostoucí pro $x \in (-1, 1.3]$

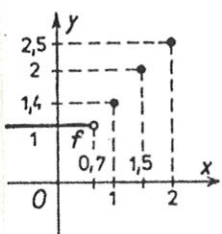
max: $x = 1.3$, min: $x \in (-\infty, -1)$

omezená funkce

není S, ani L

P_x neexistuje

$P_y [0, 1.5]$



$$D(f) = (-\infty, 0.7) \cup \{1, 1.5, 2\}$$

$$H(f) = \{1, 1.4, 2, 2.5\}$$

konstantní pro $x \in (-\infty, 0.7)$

rostoucí pro $x \in \{1, 1.5, 2\}$

max: $x = 2$, min: $x \in (-\infty, 0.7)$

omezená funkce

není S, ani L

P_x neexist.

$P_y [0, 1]$

2) Určete definiční obor hodnot funkce:

$$f: y = \frac{3x-1}{5x+6}$$

$$g: y = \frac{11x}{x^2-4}$$

$$h: y = \sqrt{5-x}$$

$$5x+6 \neq 0$$

$$5x \neq -6$$

$$x \neq -\frac{6}{5}$$

$$D(f) = \mathbb{R} - \left\{-\frac{6}{5}\right\}$$

$$x^2-4 \neq 0$$

$$(x+2)(x-2) \neq 0$$

$$\downarrow$$

$$x \neq -2 \quad x \neq 2$$

$$D(g) = \mathbb{R} - \{-2, 2\}$$

$$5-x \geq 0$$

$$-x \geq -5$$

$$x \leq 5$$

$$D(h) = (-\infty, 5]$$

$$k: y = \sqrt{\frac{x+2}{3-x}}$$

$$\frac{x+2}{3-x} \geq 0$$

	-2	3
$x+2$	-	+
$3-x$	+	-
	-	+

$$D(k) = \underline{\underline{<-2, 3)}}$$

3) Určete souřadnice průsečíků grafů funkcí s osami **x** a **y**:

$$f: y = 3x + 2$$

$$P_x[x, 0]$$

$$0 = 3x + 2$$

$$3x = -2$$

$$x = \underline{\underline{-\frac{2}{3}}}$$

$$\bullet P_x[-\frac{2}{3}, 0]$$

$$P_y[0, y]$$

$$y = 3 \cdot 0 + 2$$

$$y = \underline{\underline{2}}$$

$$\bullet P_y[0, 2]$$

$$g: y = x^2 - 5x + 6$$

$$P_x[x, 0]$$

$$0 = x^2 - 5x + 6$$

$$D = (-5)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 6 = 25 - 24 = 1$$

$$x_{1,2} = \frac{-(-5) \pm \sqrt{1}}{2 \cdot 1} = \frac{5 \pm 1}{2}$$

$$x_1 = \frac{5+1}{2} = \frac{6}{2} = \underline{\underline{3}}$$

$$x_2 = \frac{5-1}{2} = \frac{4}{2} = \underline{\underline{2}}$$

$$\bullet P_x[3, 0]$$

$$\bullet P_x[2, 0]$$

$$P_y[0, y]$$

$$y = 0^2 - 5 \cdot 0 + 6$$

$$y = \underline{\underline{6}}$$

$$\bullet P_y[0, 6]$$

$$h: y = 7 - 4x$$

$$P_x[x, 0]$$

$$0 = 7 - 4x$$

$$4x = 7$$

$$x = \underline{\underline{\frac{7}{4}}}$$

$$\bullet P_x[\frac{7}{4}, 0]$$

$$P_y[0, y]$$

$$y = 7 - 4 \cdot 0$$

$$y = \underline{\underline{7}}$$

$$\bullet P_y[0, 7]$$

$$m: y = \frac{2+x}{x-1}$$

$$P_x[x, 0]$$

$$0 = \frac{2+x}{x-1} \quad / \cdot (x-1) \quad x \neq 1$$

$$0 = 2+x$$

$$x = \underline{\underline{-2}}$$

$$\bullet P_x[-2, 0]$$

$$P_y[0, y]$$

$$y = \frac{2+0}{0-1}$$

$$y = \frac{2}{(-1)}$$

$$y = \underline{\underline{-2}}$$

$$\bullet P_y[0, -2]$$

- 4) Obsah obdelníku je 8 cm^2 . Napište funkci, která vyjadřuje závislost mezi velikostmi jeho stran. Tuto funkci znázorněte graficky.

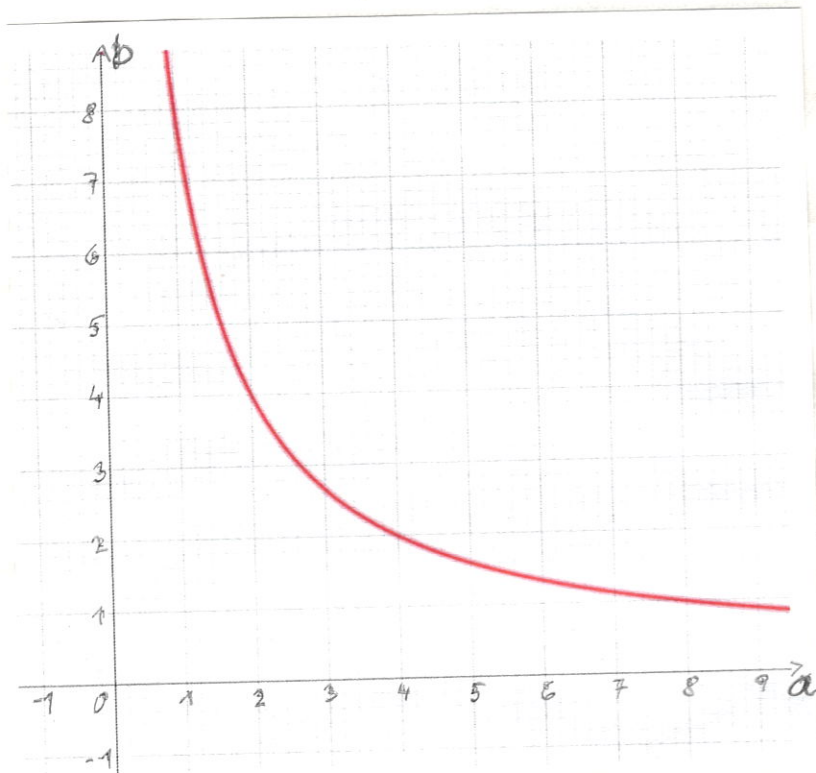


$$S = ab$$

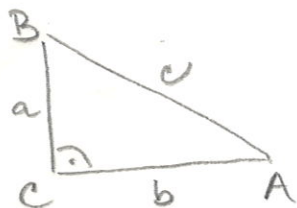
$$ab = 8$$

$$f: b = \frac{8}{a}, a \in (0; \infty)$$

a	1	2	4	8	
b	8	4	2	1	



- 5) Obsah pravoúhlého trojúhelníku je 5 cm^2 . Napište funkci, která vyjadřuje závislost mezi velikostmi jeho odvěsen. Znázorněte graficky.



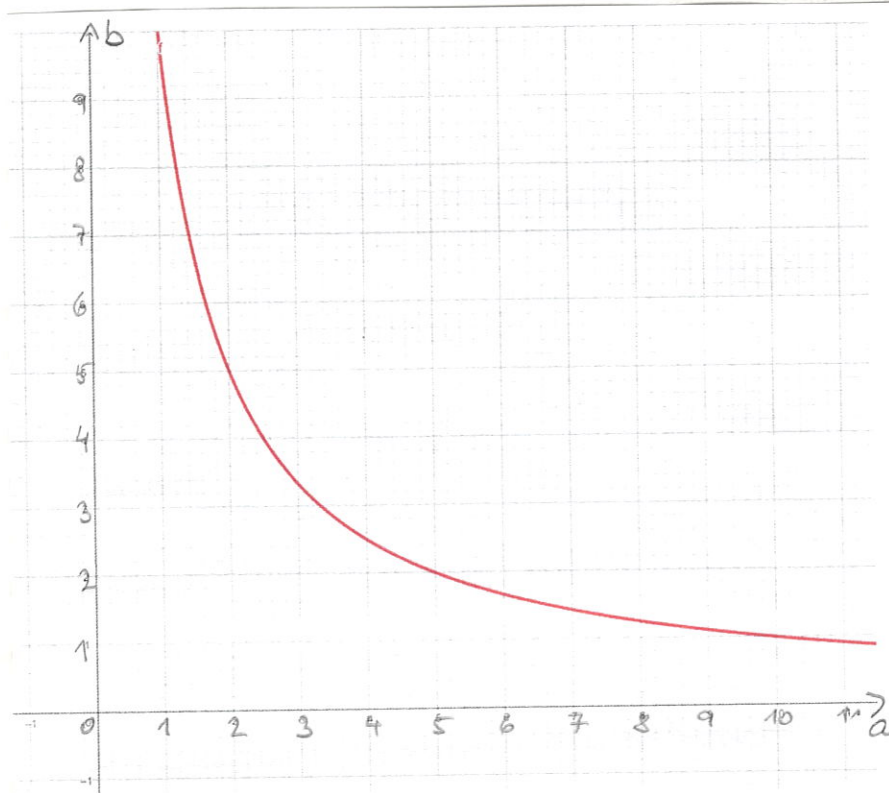
$$S = \frac{ab}{2}$$

$$5 = \frac{ab}{2} \quad | \cdot 2$$

$$10 = ab$$

$$f: b = \frac{10}{a}, a \in (0; \infty)$$

a	1	2	5	10	
b	10	5	2	1	



6) Je dána funkce a): $f: y = \frac{-2x+3}{x-2}$

b): $f: y = \frac{x+5}{x+3}$

- určete definiční obor funkce
- upravte předpis funkce na tvar $f: y = \frac{k}{x-m} + n$
- načrtněte graf funkce
- určete obor hodnot funkce
- určete, pro která x je funkce rostoucí / klesající

② $y = \frac{-2x+3}{x-2} \quad x \neq 2$

• $D(f) = \mathbb{R} - \{2\}$

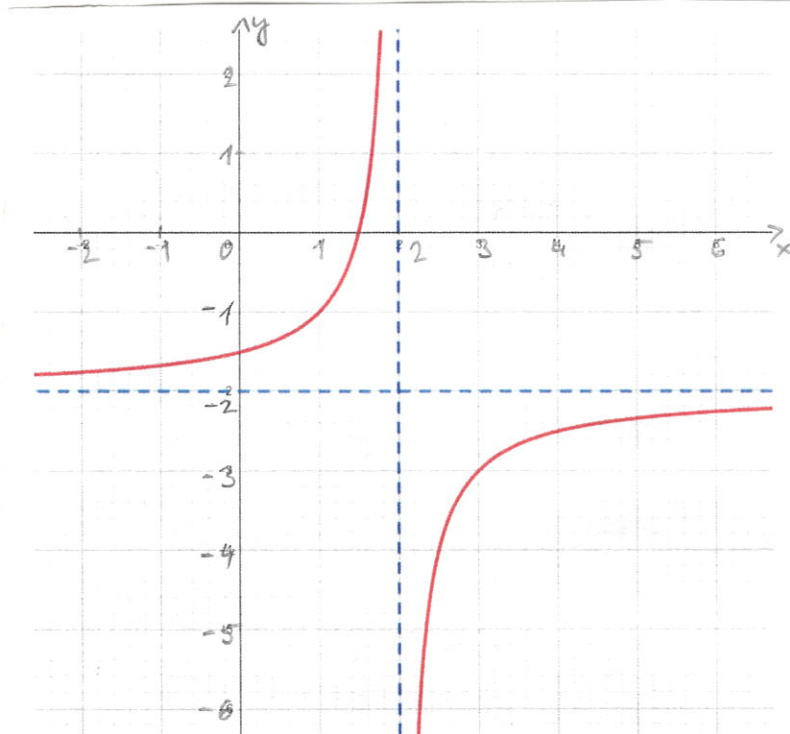
$$\begin{array}{r} (-2x+3) : (x-2) = -2 + \frac{-1}{x-2} \\ \underline{-(-2x+4)} \\ 0 \quad -1 \end{array}$$

• $f: y = \frac{-1}{x-2} - 2$

• $H(f) = \mathbb{R} - \{-2\}$

• rostoucí pro:
 $\begin{cases} x \in (-\infty, 2) \\ x \in (2, \infty) \end{cases}$

x	0	1	3	4
y	-1,5	-1	-3	-2,5



⑥ $y = \frac{x+5}{x+3} \quad x \neq -3$

• $D(f) = \mathbb{R} - \{-3\}$

$$\begin{array}{r} (x+5) : (x+3) = 1 + \frac{2}{x+3} \\ \underline{-(x+3)} \\ 0 \quad 2 \end{array}$$

• $f: y = \frac{2}{x+3} + 1$

• $H(f) = \mathbb{R} - \{1\}$

• klesající pro:
 $\begin{cases} x \in (-\infty, -3) \\ x \in (-3, \infty) \end{cases}$

x	-5	-4	-2	-1
y	0	-1	3	2

